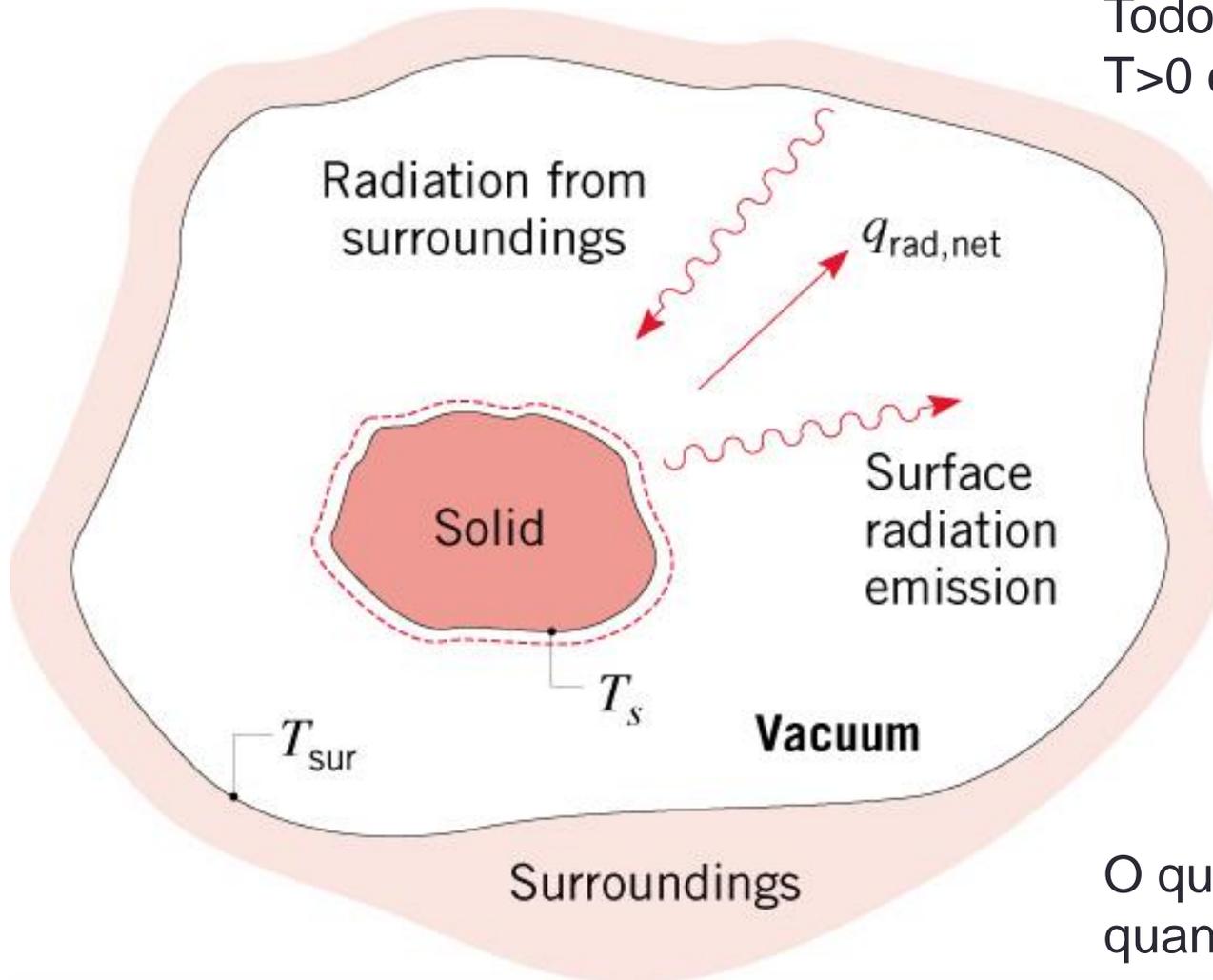


RADIAÇÃO E ENERGIA SOLAR

Miguel Centeno Brito

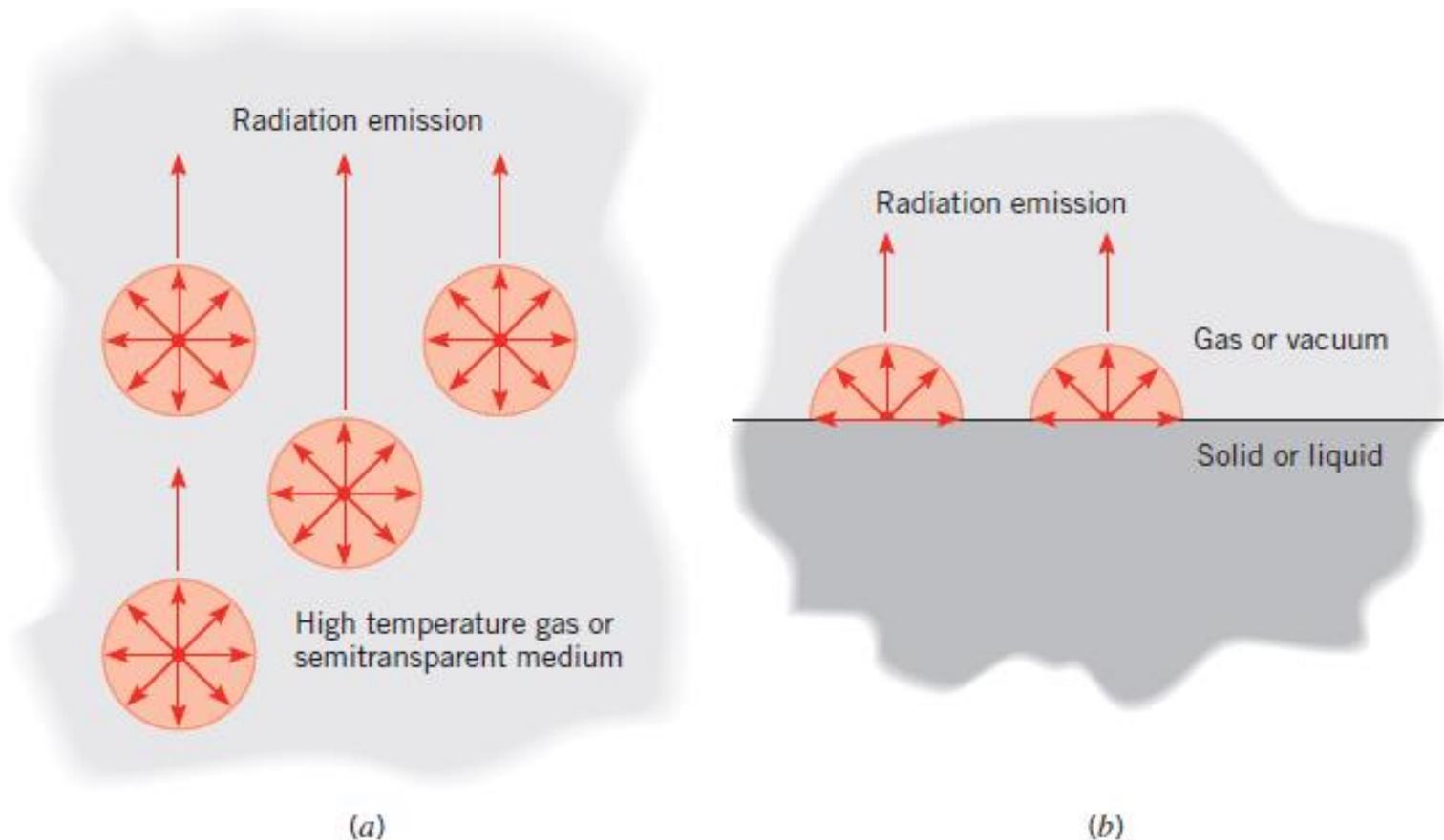
Conceitos fundamentais

Todos os corpos com $T > 0$ emitem radiação.



O que é que acontece quando $T_s > T_{sur}$?

Conceitos fundamentais



A emissão de radiação de um gás ou de um sólido ou líquido semitransparentes é um fenômeno **volúmico**. A emissão de radiação de um sólido ou líquido opaco é essencialmente um fenômeno de **superfície**.

Conceitos fundamentais

A natureza da luz | **dualidade onda-partícula**

Alguns processos de radiação podem ser melhor descritos considerando a sua natureza **corpuscular** (e.g. efeito **fotoelétrico**) enquanto outros exigem uma descrição **ondulatória** (e.g. fenômenos de **interferência**).



- Partículas de luz são **fotões**.
- Ondas de luz são **ondas electromagnéticas**.

"Once and for all I want to know what I'm paying for. When the electric company tells me whether light is a wave or a particle I'll write my check."

Conceitos fundamentais

A natureza da luz | **dualidade onda-partícula**

Alguns processos de radiação podem ser melhor descritos considerando a sua natureza **corpuscular** (e.g. efeito **fotoelétrico**) enquanto outros exigem uma descrição **ondulatória** (e.g. fenômenos de **interferência**).



Comprimento de onda

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

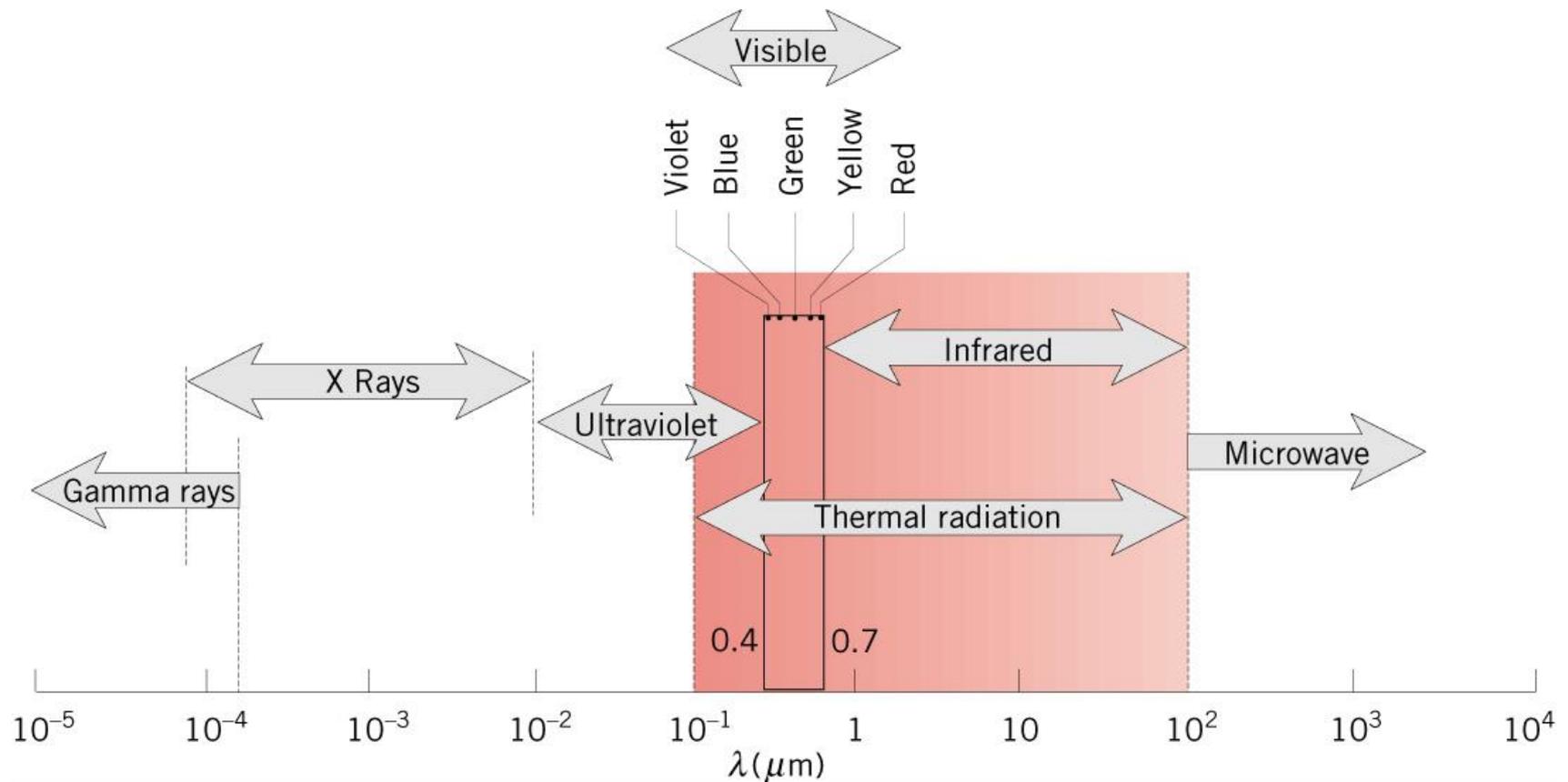
Velocidade da luz
No caso de propagação
no vácuo:

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Frequência

Conceitos fundamentais

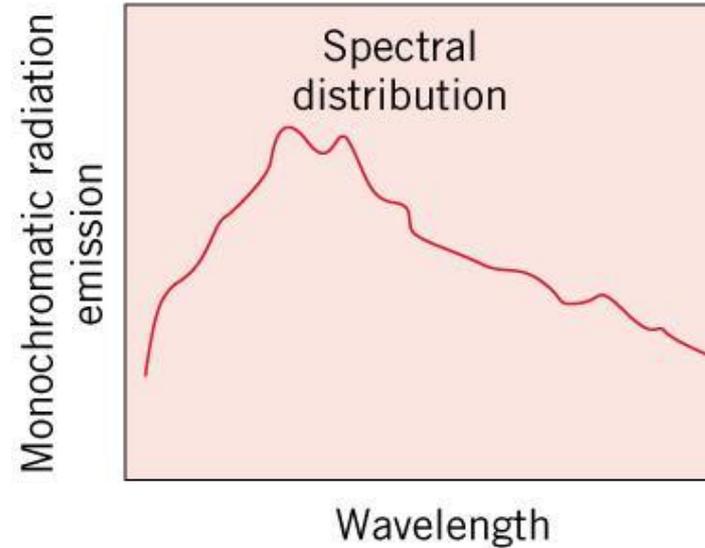
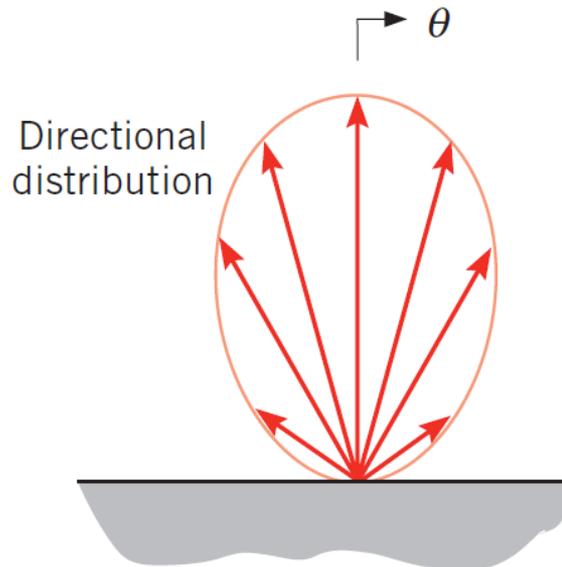
Espectro electromagnético



Emissão de radiação

Complicações:

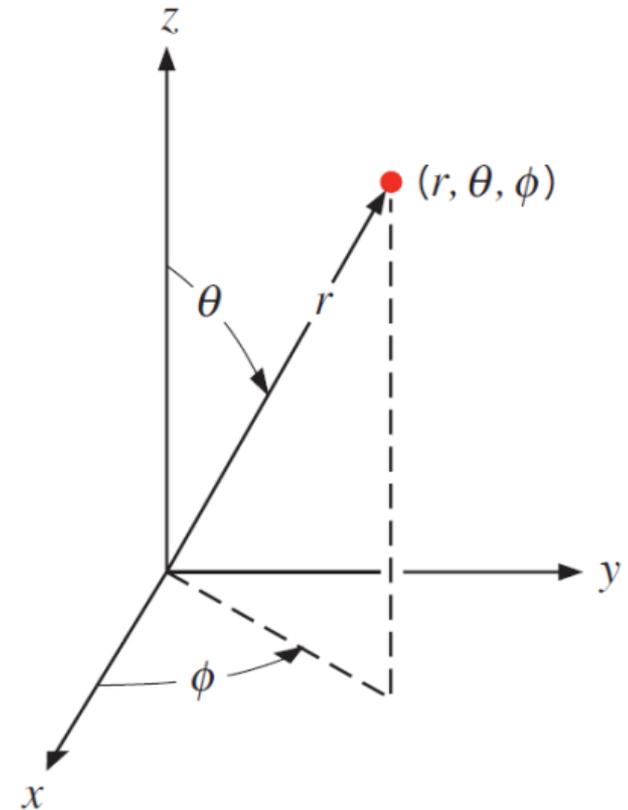
A intensidade da radiação emitida por um corpo depende do comprimento de onda e da direcção!



Emissão de radiação

Usando coordenadas esféricas, podemos descrever a distribuição direccional da radiação com dois ângulos:

- o ângulo **polar** ou zénite, θ
- ângulo **azimutal**, ϕ

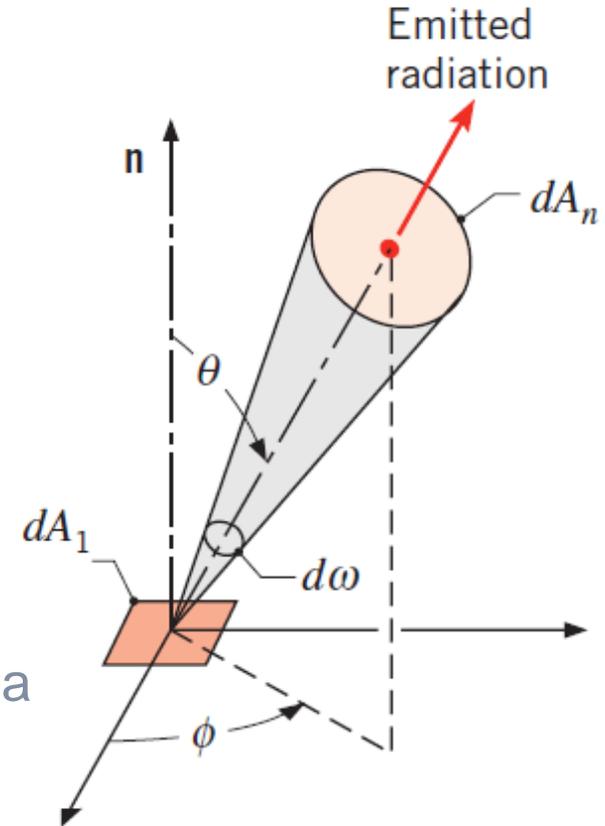


Emissão de radiação

A quantidade de radiação emitida por uma superfície dA_1 que se propaga numa dada direcção (θ, ϕ) é definida pelo **ângulo sólido** diferencial associado a essa direcção:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2}$$

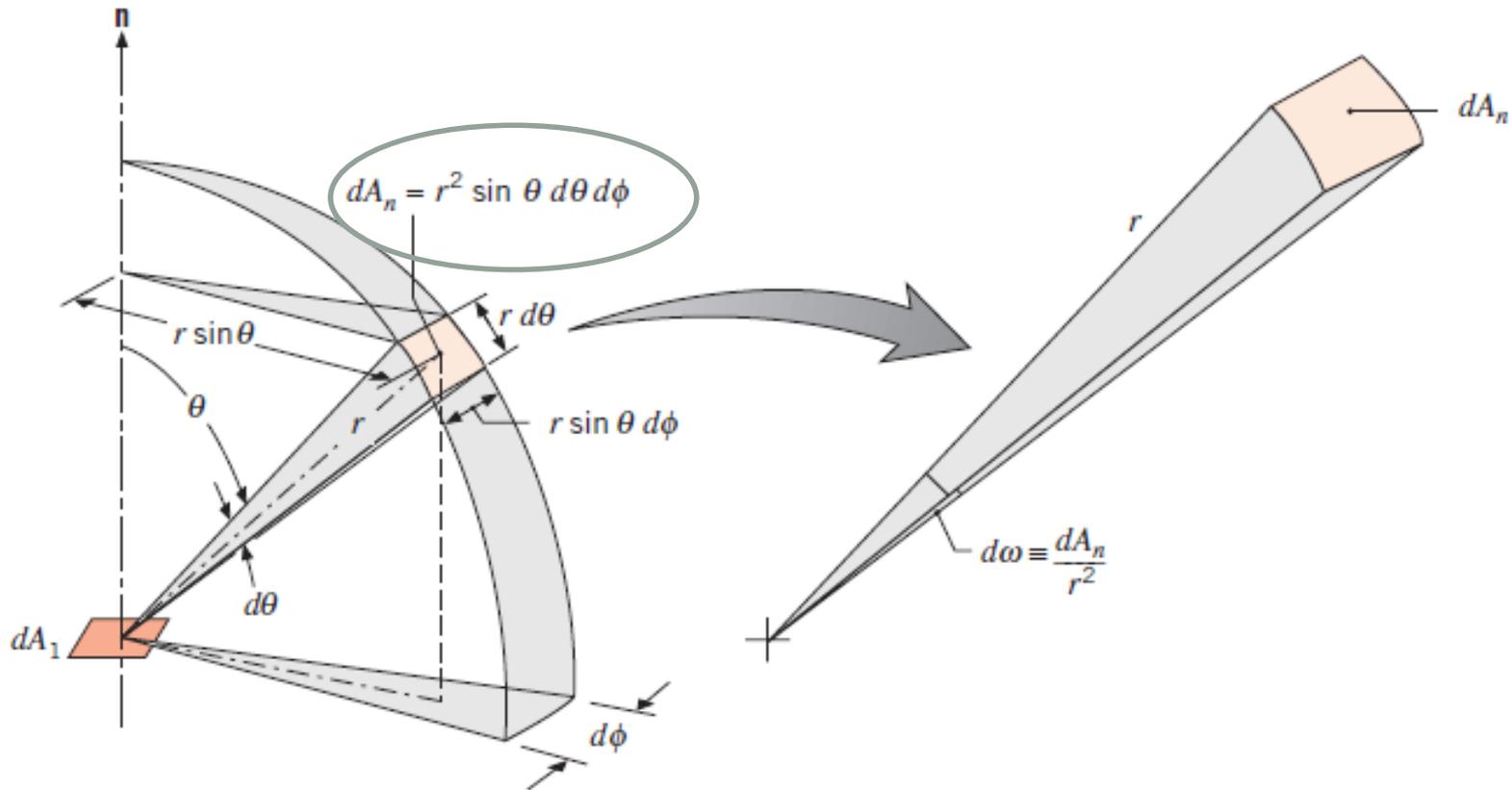
dA_n é um elemento de área da superfície de uma esfera imaginária, perpendicular a (θ, ϕ)



Nota: por analogia a 2D, o ângulo plano diferencial é descrito como a área entre dois raios de um círculo infinitamente próximos e portanto

$$dl = d\alpha \times l \leftrightarrow d\alpha = \frac{dl}{r}$$

Emissão de radiação



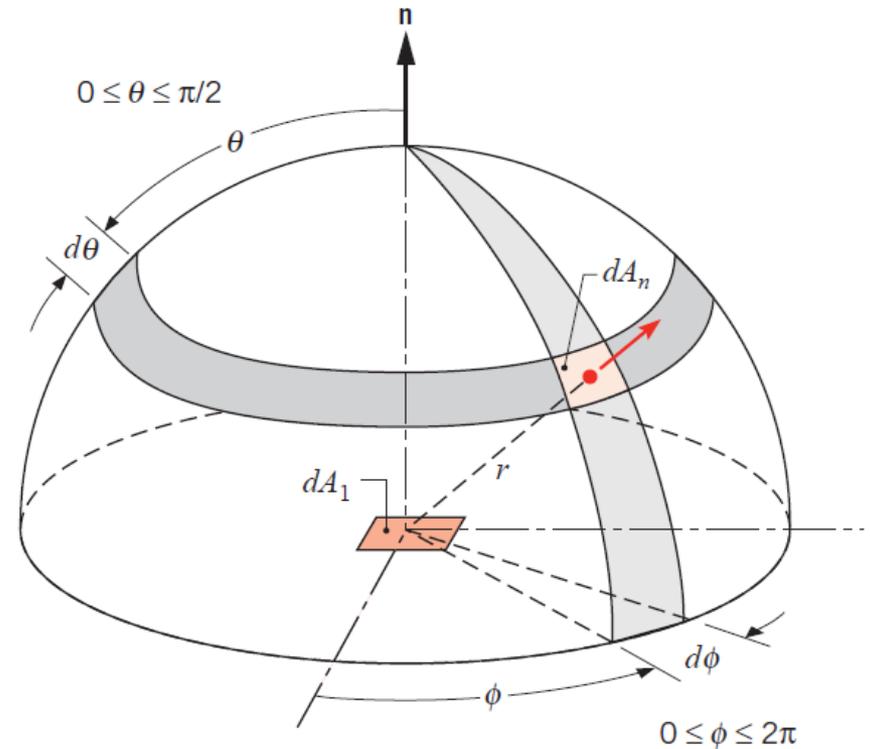
$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2}$$

logo

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

Emissão de radiação

Um ponto numa superfície opaca com área dA_1 emite radiação em todas os elementos de área dA_n de um hemisfério imaginário por cima da superfície.



Emissão de radiação

Um ponto numa superfície opaca com área dA_1 emite radiação em todas os elementos de área dA_n de um hemisfério imaginário por cima da superfície.

O ângulo sólido associado a esse hemisfério é simplesmente:

$$\omega_{hemi} = \int d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} d\theta = 2\pi \, sr$$

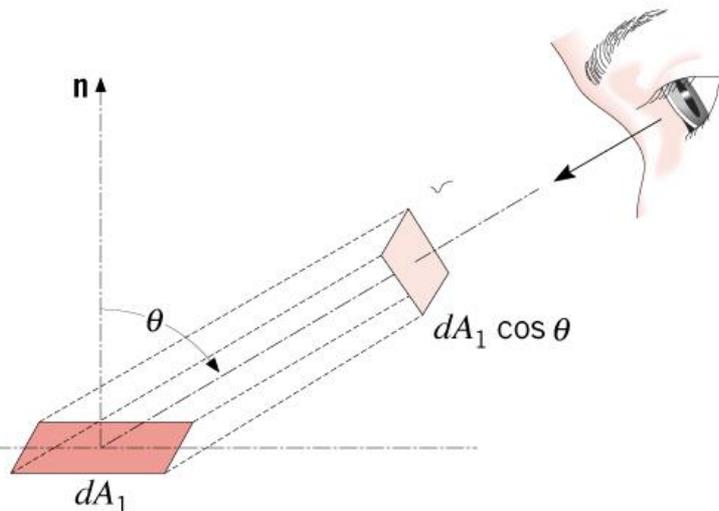
As unidades de um ângulo sólido é o estereorradiano (sr)

Emissão de radiação

Intensidade espectral de radiação

é definida como

- o fluxo de calor (W/m^2)
- segundo uma unidade de ângulo sólido para uma dada direcção ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$)
- e um intervalo unitário de comprimento de onda para um dado comprimento de onda ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$)



$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}$$

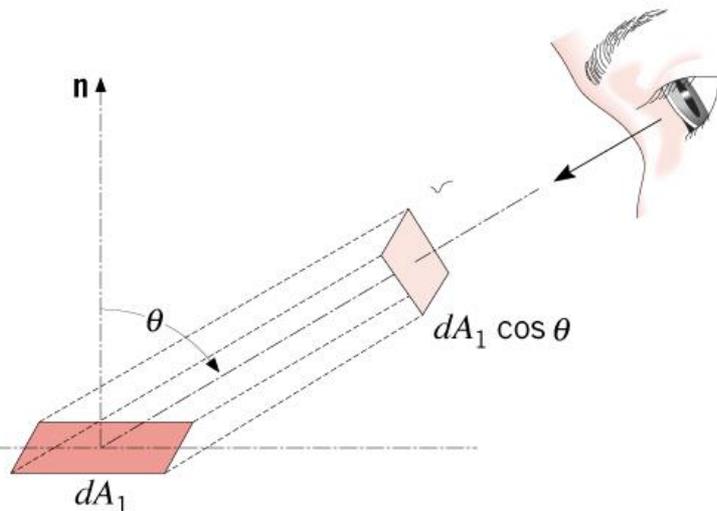
A área relevante é a **área projectada**.
 Qual a intensidade espectral de radiação
 quando $\theta = 0$?
 quando $\theta = \pi/2$?

Emissão de radiação

Intensidade espectral de radiação

é definida como

- o fluxo de calor (W/m^2)
- segundo uma unidade de ângulo sólido para uma dada direcção ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr}$)
- e um intervalo unitário de comprimento de onda para um dado comprimento de onda ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{sr} \cdot \mu\text{m}$)



$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}$$

Se a intensidade espectral de radiação não varia com a direcção, dizemos que a superfície é **difusa**, e a radiação é **isotrópica**.

Emissão de radiação

Intensidade de radiação

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda}$$

$$dq_\lambda \equiv \frac{dq}{d\lambda} = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) dA_1 \cos \theta \cdot d\omega$$

Taxa a que radiação com o comprimento de onda λ sai de dA_1 e passa por dA_n
Tem unidades de $W/\mu\text{m}$.

Por unidade de área da superfície emissora, o **fluxo de calor** é portanto

$$dq''_\lambda \equiv \frac{dq_\lambda}{dA_1} = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \cdot d\omega = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

pois

$$d\omega = \sin \theta d\theta d\phi$$

Emissão de radiação

Conhecendo a intensidade de radiação espectral, e as suas distribuições espectrais e direccionais, podemos determinar o fluxo de calor emitido por uma superfície integrando dq''_{λ} .

A **potência espectral de emissão** ($\text{W/m}^2 \mu\text{m}$) é a emissão espectral para todas as direcções possíveis:

$$E_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} dq''_{\lambda} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

A **potência emitida total** (W/m^2) é a emissão para todas as direcções e comprimentos de onda possíveis:

$$E = \int_0^{\infty} E_{\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$$

Emissão de radiação

Um **emissor difuso** é uma superfície que emite radiação que é independente da direcção, ou seja

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,e}(\lambda)$$

Nesse caso podemos escrever

$$E_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi = \pi I_{\lambda,e}(\lambda)$$

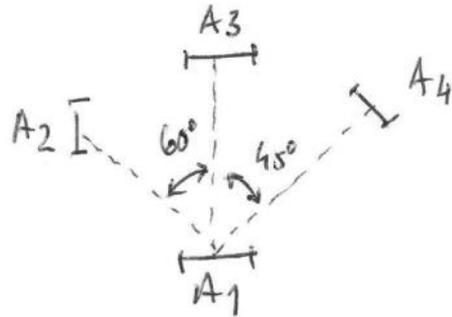
e

$$E = \pi I_e$$

Intensidade espectral
de um emissor difuso

Intensidade total de
um emissor difuso

Exemplo



Emissão de radiação difusa

$$I_u = 7000 \text{ W/m}^2 \text{ sr} \quad (\text{direção vertical})$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{distância} = 0.5 \text{ m}$$

- Qual a intensidade da emissão em cada uma das três direções?
- Quais os ângulos sólidos correspondentes às três superfícies?
- Qual a radiação interceptada pelas três superfícies?

Exemplo

RESPOSTAS

(hipótese: vamos assumir que $\frac{A_j}{r_j^2} \ll 1$ e portanto podemos considerar superfícies diferenciais).

- a) Da definição de emissor difuso a intensidade de radiação é igual em todas as direções, e portanto

$$I = 7000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{sr}$$

Exemplo

$$b) \quad d\omega = \frac{dA_u}{r^2}$$

Como A_3 e A_4 são normais à direcção da radiação o sólido ângulo é directamente:

$$\omega_{3-1} = \omega_{4-1} = \frac{A_3}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2}{(0.5 \text{ m})^2} = 4 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

Para A_2 precisamos de determinar a área projectada

$$\omega_{2-1} = \frac{A_2 \cos \theta_2}{r^2} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \cos 30^\circ}{(0.5 \text{ m})^2} = 3.46 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

Exemplo

$$c) \quad q_{1-j} = I \times A_1 \cos \theta_1 \cdot \omega_{j-1} \quad (j = 2, 3, 4)$$

↳ ângulo entre normal a A_1
e a direção da radiação

Logo

$$q_{1-2} = 7000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}} \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 60^\circ \times 3.46 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

$$= 12.1 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$q_{1-3} = 7000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}} \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 0^\circ \times 4 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

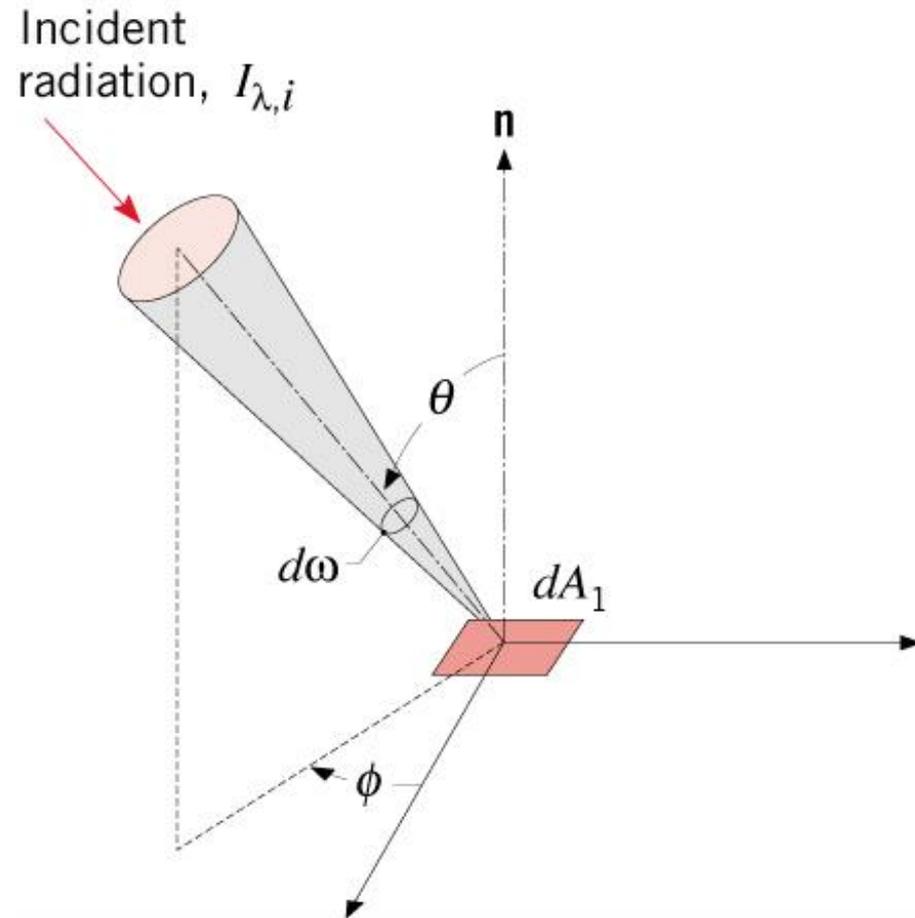
$$= 28 \times 10^{-3} \text{ W}$$

$$q_{1-4} = 7000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}} \times 10^{-3} \text{ m}^2 \times \cos 45^\circ \times 4 \times 10^{-3} \text{ sr}$$

$$= 19.8 \times 10^{-3} \text{ W}$$

Radiação incidente

Da mesma forma que fizemos para a radiação emitida por uma superfície, podemos descrever a intensidade espectral da **radiação incidente**, com comprimento de onda λ , proveniente de uma direcção (θ, ϕ) por unidade de área da superfície que intercepta essa radiação, por unidade de ângulo sólido e unidade de comprimento de onda,



Radiação incidente

A soma da radiação **incidente** para todas as **direcções** é denominada **IRRADIAÇÃO**.

A **irradiação espectral** ($\text{W}/\text{m}^2 \mu\text{m}$) é a radiação incidente espectral de todas as direcções possíveis:

$$G_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

Notar o *i* de incidente em vez de o *e* de emissão!!

Radiação incidente

A soma da radiação **incidente para todas as direcções** é denominada **IRRADIAÇÃO**.

A **irradiação espectral** ($\text{W/m}^2 \mu\text{m}$) é a radiação incidente espectral de todas as direcções possíveis:

$$G_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

A **irradiação total** (W/m^2) é a radiação incidente de todas as direcções e comprimentos de onda possíveis:

$$G = \int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$$

Radiação incidente

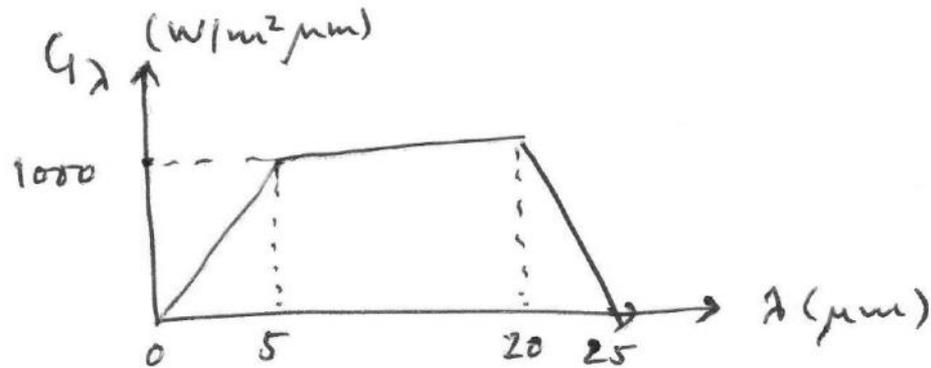
No caso de radiação incidente ser **difusa** $I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) = I_{\lambda,i}(\lambda)$
temos

$$G_{\lambda}(\lambda) = \pi I_{\lambda,i}(\lambda)$$

$$G = \pi I_i$$

Exemplo

Considerar a seguinte distribuição espectral de irradiação.

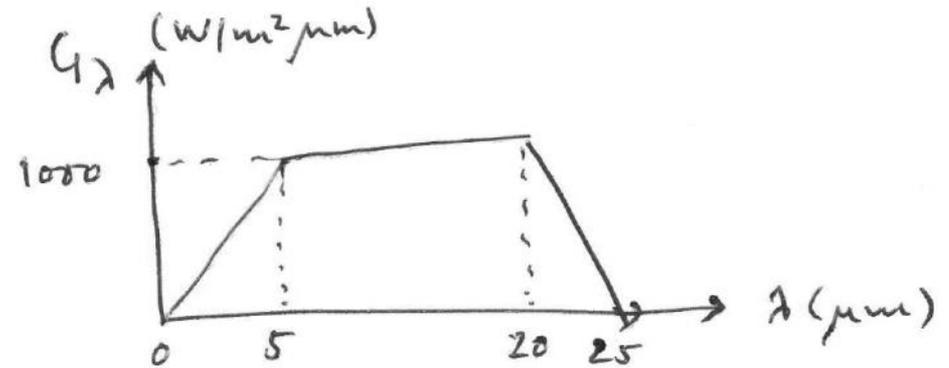


Determinar a irradiação total !

Exemplo

RESPOSTA

$$Q = \int_0^{\infty} Q_{\lambda} d\lambda$$



ou, integrando por partes

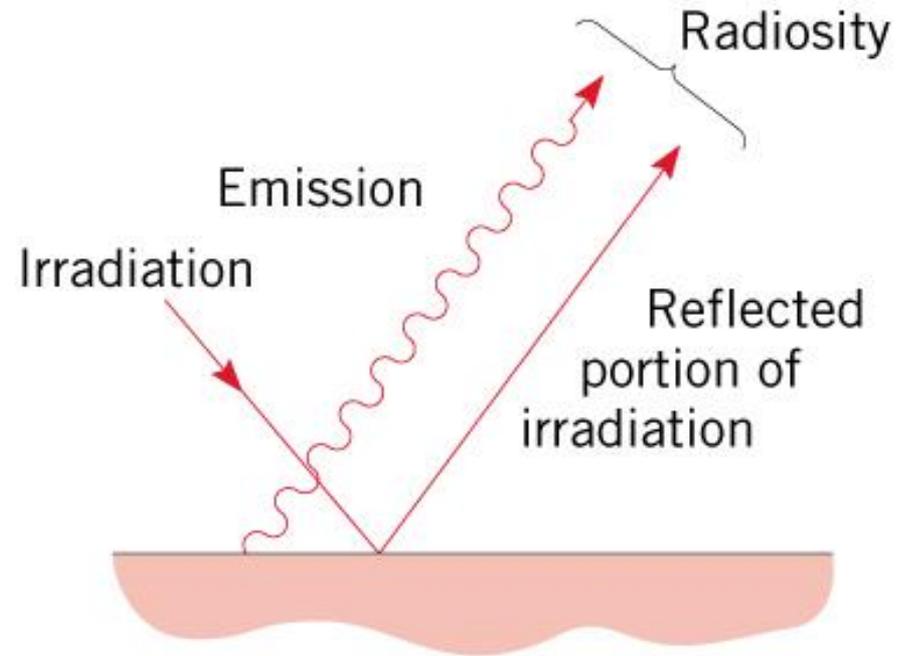
$$Q = \int_0^5 Q_{\lambda} d\lambda + \int_5^{20} Q_{\lambda} d\lambda + \int_{20}^{25} Q_{\lambda} d\lambda + \int_{25}^{\infty} Q_{\lambda} d\lambda$$

$$Q = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (5-0) + 1000 (20-5) + \frac{1}{2} \cdot 1000 (25-20) + 0$$

$$Q = 20000 \text{ W/m}^2$$

Radiosidade

É definida como a toda a radiação que sai da superfície, nomeadamente a radiação emitida e a radiação reflectida.



$$J_{\lambda}(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda, \theta, \phi) \cos \theta \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\phi$$

$$J = \int_0^{\infty} J_{\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$$

$$J_{\lambda}(\lambda) = \pi J_{\lambda,e+r}(\lambda)$$

$$J = \pi I_{e+r}$$

Radiação do corpo negro

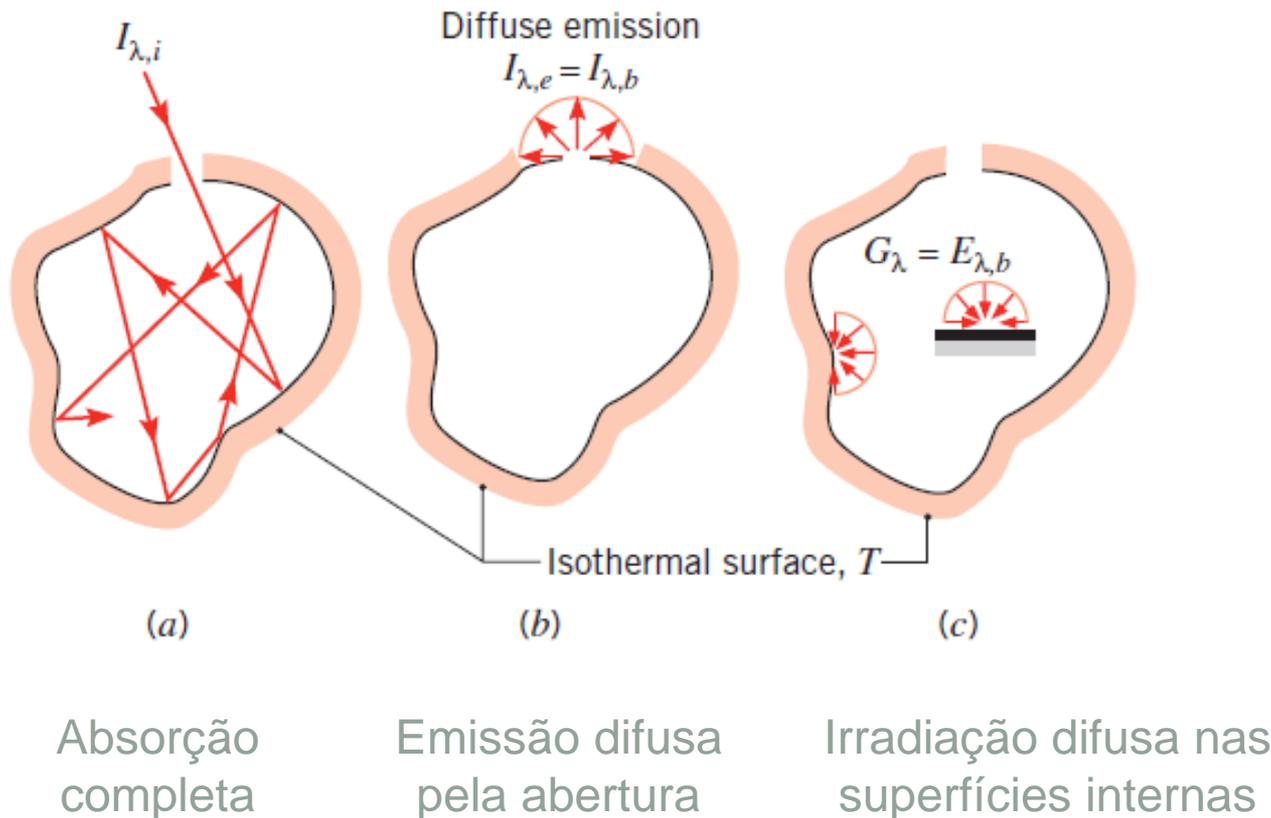
Corpo negro é uma superfície ideal com as seguintes características:

- ❑ **Absorve toda a radiação incidente**, independente da direcção e do comprimento de onda
- ❑ Para uma determinada temperatura e comprimento de onda, **nenhuma superfície pode emitir mais** radiação do que um corpo negro
- ❑ Embora a radiação emitida por um corpo negro seja uma função de λ e da temperatura, ela é independente da direcção; logo, o corpo negro é um **emissor difuso**.

Corpo negro é um absorvedor e emissor perfeito, que serve como padrão de comparação para as propriedades radiativas de superfícies reais.

Radiação do corpo negro

A melhor aproximação para um corpo negro é a de uma cavidade



A radiação de corpo negro existe na cavidade independentemente da sua superfície ser altamente reflectiva ou absorvente!!

Radiação do corpo negro

Distribuição de Planck

A distribuição espectral da emissão do corpo negro é dada por

$$I_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5 [\exp (hc_o/\lambda k_B T) - 1]}$$

$$h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$k = 1.3805 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$c_o = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

T é temperatura do corpo negro (K)

Radiação do corpo negro

Distribuição de Planck

A potência espectral emitida pelo corpo negro é

$$E_{\lambda, cn} = \pi I_{\lambda, cn} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$$

$$C_1 = 2\pi hc_0 = 3.742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2$$

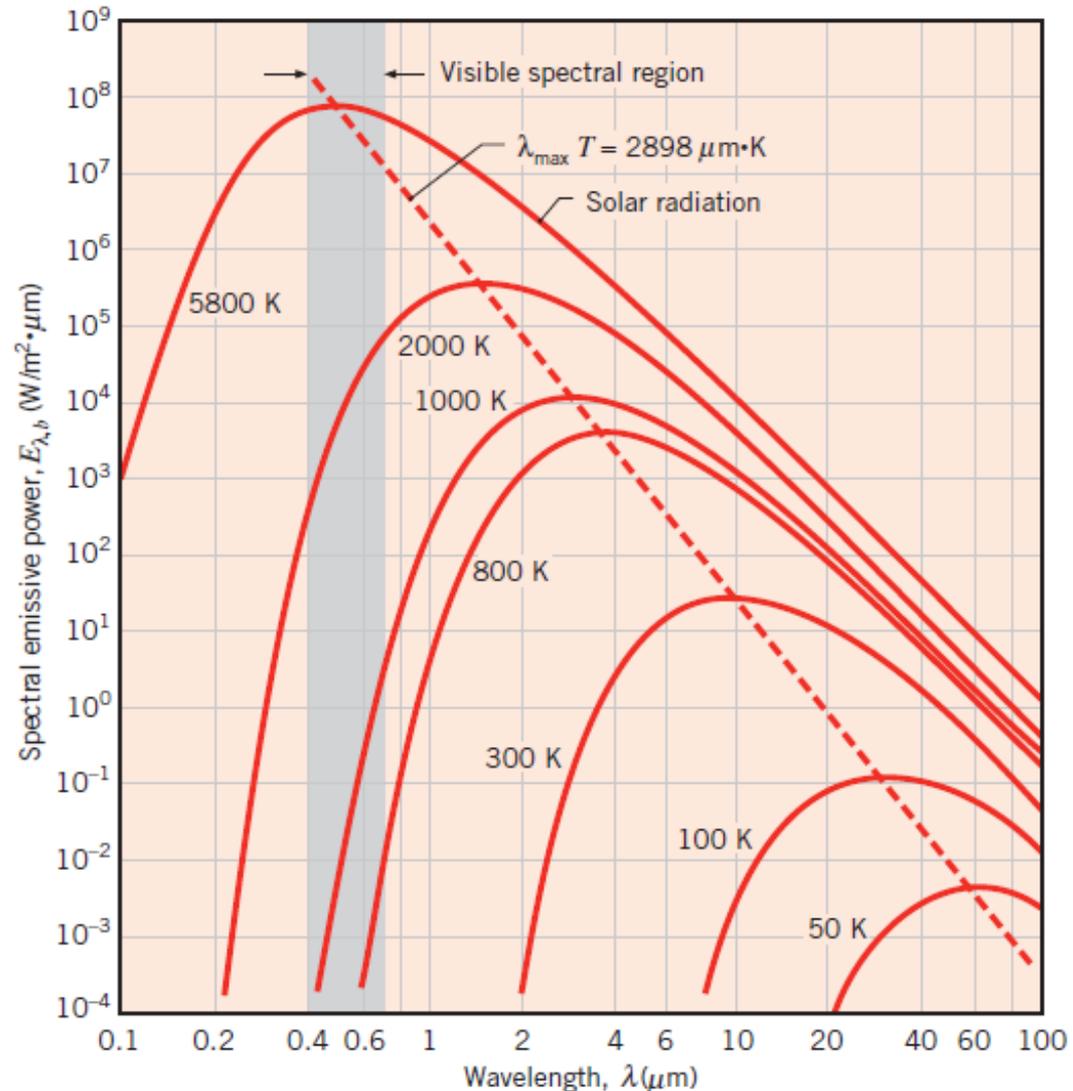
$$C_2 = (hc_0/k) = 1.439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

Radiação do corpo negro

Distribuição de Planck

Notar que:

- ❑ A radiação emitida varia continuamente com o comprimento de onda;
- ❑ Para todos os comprimentos de onda, a magnitude da radiação emitida cresce com a temperatura;
- ❑ Pico de radiação diminui com o aumento da temperatura;

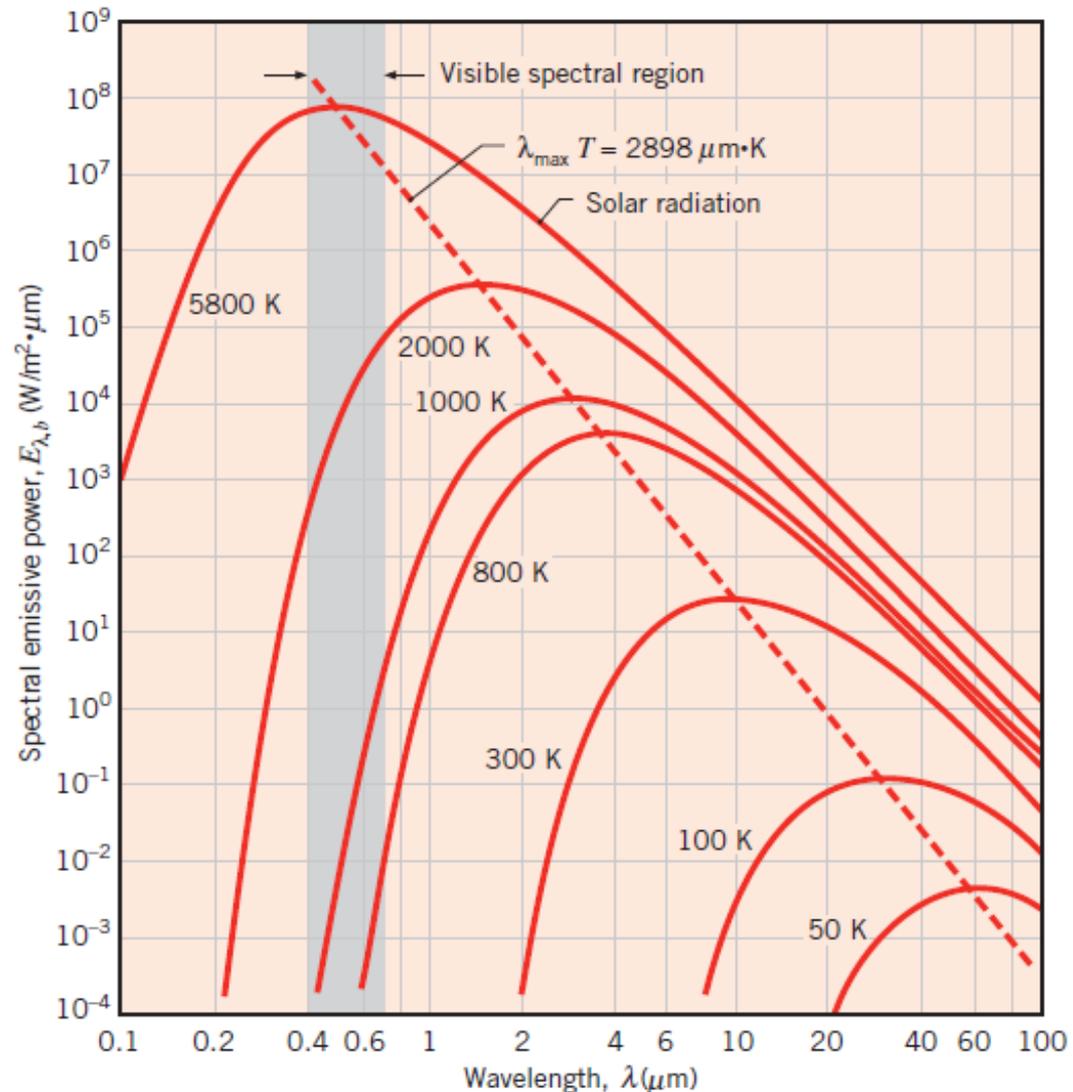


Radiação do corpo negro

Distribuição de Planck

... e ainda:

- ❑ A radiação solar pode ser aproximada por um corpo negro a **5800 K**;
- ❑ Uma fracção importante da potência está na região **visível** do espectro;
- ❑ Por outro lado, para $T < 800$ K, a emissão é predominantemente na região infravermelho, e não é visível ao olho humano.



Radiação do corpo negro

Distribuição de Planck

A potência espectral emitida pelo corpo negro é

$$E_{\lambda, cn} = \pi I_{\lambda, cn} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$$

Derivando em ordem a λ e igualando a zero obtemos a
Lei do deslocamento de Wien:

$$\lambda_{max} T = C_3$$

$$C_3 = 2898 \mu\text{m K}$$

- ❑ Para o espectro solar (5800K) o pico encontra-se no centro da região do visível (0.5 μm).
- ❑ Para uma lâmpada de luz branca de filamento de tungstênio (2900 K) o pico encontra-se já no infravermelho (1 μm)

Radiação do corpo negro

Lei de Stefan-Boltzman

A potência espectral emitida pelo corpo negro é

$$E_{\lambda, cn} = \pi I_{\lambda, cn} = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]}$$

E portanto a potência emitida por um corpo negro é

$$E_{cn} = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]} d\lambda$$

$$E_{cn} = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$$

$$I_{cn} = \frac{E_{cn}}{\pi}$$

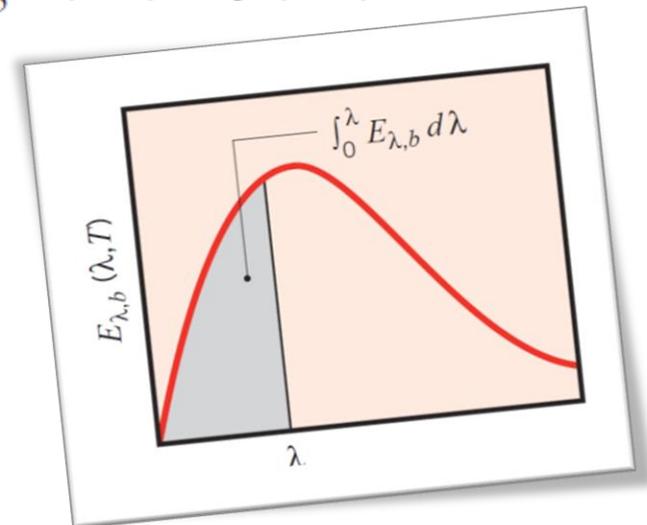
Porque a emissão do corpo negro é difusa!

Radiação do corpo negro

Emissão por bandas

A fracção da emissão total de um corpo negro que está num intervalo de comprimentos de onda (banda) é dado por:

$$F_{(0 \rightarrow \lambda)} \equiv \frac{\int_0^\lambda E_{\lambda,b} d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,b} d\lambda} = \frac{\int_0^\lambda E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$



Radiação do corpo negro

Emissão por bandas

A fracção da emissão total de um corpo negro que está num intervalo de comprimentos de onda (banda) é dado por:

$$F_{(0 \rightarrow \lambda)} \equiv \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,b} d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,b}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T)$$

Para um intervalo entre λ_1 e λ_2 temos

$$F_{(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b} d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)}$$

Radiação do corpo negro

Emissão por bandas

TABLE 12.2 Blackbody Radiation Functions

λT ($\mu\text{m} \cdot \text{K}$)	$F_{(0 \rightarrow \lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ ($\mu\text{m} \cdot \text{K} \cdot \text{sr}$) ⁻¹	$\frac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{\text{max}}, T)}$
200	0.000000	0.375034×10^{-27}	0.000000
400	0.000000	0.490335×10^{-13}	0.000000
600	0.000000	0.104046×10^{-8}	0.000001
800	0.000016	0.991126×10^{-7}	0.001371
1,000	0.000321	0.118505×10^{-5}	0.016406
1,200	0.002134	0.523927×10^{-5}	0.072534
1,400	0.007790	0.134411×10^{-4}	0.186082
1,600	0.019718	0.249130	0.344904
1,800	0.039341	0.375568	0.519949
2,000	0.066728	0.493432	0.683123
2,200	0.100888	0.589649×10^{-4}	0.816329
2,400	0.140256	0.658866	0.912155
2,600	0.183120	0.701292	0.970891
2,800	0.227897	0.720239	0.997123
2,898	0.250108	0.722318×10^{-4}	1.000000
3,000	0.273232	0.720254×10^{-4}	0.997143
3,200	0.318102	0.705974	0.977373
3,400	0.361735	0.681544	0.943551
3,600	0.403607	0.650396	0.900429
3,800	0.443322	0.615225×10^{-4}	0.851727

$$F_{0 \rightarrow \lambda} = \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,cb} d\lambda}{\sigma T^4} = f(\lambda T)$$

